Name: AP 2002 – A II | Klasse | Datum | Seite / Blatt 1/2

1.0 $f(x) = \frac{e^{2x}-4}{e^{2x}+4} = \frac{Z(x)}{N(x)}$

1.1. • NST : $Z(x) = 0 \Leftrightarrow e^{2x} - 4 = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 4 \mid \ln \Rightarrow 2x = \ln(4)$

$x_N = \frac{1}{2}\ln(4)$; 1-f
$= \ln(4^{\frac{1}{2}})$
$= \ln(2)$

• Grenzwerte : $|x| \to \infty$ heißt : $x \to \pm\infty$

$x \to +\infty$: $f(x) = \frac{e^{2x}-4 \to \infty}{e^{2x}+4 \to \infty} \xrightarrow{L.H.} \frac{2e^{2x}}{2e^{2x}} = 1$

$x \to -\infty$: $f(x) = \frac{e^{2x}-4}{e^{2x}+4} \to \frac{"0-4"}{0+4} \to \frac{-4}{4} = -1$

(⇒ G_f besitzt zwei waagr. Asymptoten : $y_1(x) = 1$ u. $y_2(x) = -1$)

1.2. $f'(x) = \frac{(e^{2x}+4)\cdot e^{2x}\cdot 2 - (e^{2x}-4)\cdot e^{2x}\cdot 2}{(e^{2x}+4)^2}$

$= \frac{2e^{2x}[\cancel{e^{2x}} + 4 - \cancel{e^{2x}} + 4]}{(e^{2x}+4)^2} = \frac{16e^{2x}}{(e^{2x}+4)^2}$

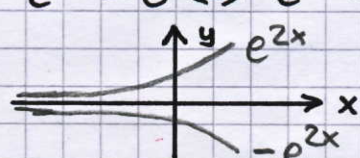
$f'(x) = 0 \Rightarrow 16e^{2x} = 0$ ↯ keine NST ; $e^{2x} > 0$; $(\ )^2 > 0$

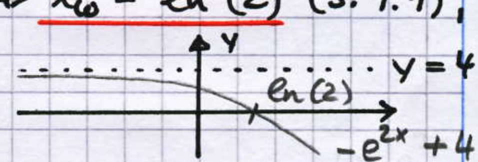
$\Rightarrow f'(x) > 0$ in ganz $\mathbb{R}$ ⇒ G_f ist sms in ganz $\mathbb{R}$

1.3 $f''(x) = 16 \cdot \frac{(e^{2x}+4)^{\cancel{2}\,1}\cdot e^{2x}\cdot 2 - e^{2x}\cdot 2(e^{2x}+4)^{\cancel{1}\,0}\cdot e^{2x}\cdot 2}{(e^{2x}+4)^{\cancel{4}\,3}}$ (Kürzen! ; vgl. gebrat. Fuen!)

$= 16\ \frac{2e^{2x}(e^{2x}+4-2e^{2x})}{(e^{2x}+4)^3} = 32 \cdot \frac{4-e^{2x}}{(e^{2x}+4)^3}$

$f''(x) = 0 \Rightarrow 4 - e^{2x} = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = 4 \Rightarrow x_w = \ln(2)$ (s. 1.1) ; 1-f

VZ von $f''(x)$: 

⇒ 

$(e^{2x}+4)^3 > 0 \Rightarrow$ VZ v. $f''(x)$ = VZ v. $4 - e^{2x}$

		$\ln(2)$	x
VZ f''	+	0	−
G_f	likr.	WEP	rekr.

$f(\ln(2)) = 0$ (Siehe 1.1)

⇒ WEP$(\ln(2)/0)$

AP 2002 – AII

Blatt 2/2

1.3 (Fortsetzung)

$e^{\ln(x)} = x$!

• Wendetangente

$$m_T = f'(x_W) = f'(\ln(2)) = \frac{16 \cdot e^{2\ln(2)}}{(e^{2\ln(2)}+4)^2} = \frac{16 \cdot e^{\ln(4)}}{(e^{\ln(4)}+4)^2}$$

$$= \frac{16 \cdot 4}{(4+4)^2} = \frac{64}{64} = 1$$

$$t = y_W - m \cdot x_W = 0 - 1 \cdot \ln(2) = -\ln(2)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{y_T(x) = x - \ln(2)}$$

1.4 G. Kremb - Maßstab in cm: 2:1